Compton-Effekt

Es gelten Energie- und Impulserhaltungssatz:

$$E_{Ph,0}+E_{e,0}=E_{Ph'}+E_e \qquad P_{Ph'}=P_{Ph,0}-P_e$$

$$\frac{h\cdot c}{\lambda}+m_0\cdot c^2=\frac{h\cdot c}{\lambda'}+m_e\cdot c^2 \qquad \text{mit} \quad m_e\cdot c^2=m_0\cdot c^2+\frac{1}{2}m_o v^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m_0 v^2=\frac{h\cdot c}{\lambda}-\frac{h\cdot c}{\lambda'}$$

Da Impulse Vektoren sind, gilt für den Impulserhaltungssatz der Cosinussatz:

$$P_e^2=P_{Ph,0}^2+P_{Ph'}^2-2\cdot P_{Ph,0}\cdot P_{Ph'}\cdot\cos\varphi$$

$$\Leftrightarrow (m_0\cdot v)^2=\frac{h^2}{\lambda^2}+\frac{h^2}{\lambda'^2}-2\frac{h}{\lambda}\cdot\frac{h}{\lambda'}\cdot\cos\varphi$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}m_0\cdot v^2=\frac{h^2}{2m_0}\cdot(\frac{1}{\lambda^2}+\frac{1}{\lambda'^2}-\frac{2}{\lambda\cdot\lambda'}\cdot\cos\varphi)$$

gleichsetzen ergibt:

$$\frac{h\cdot c}{\lambda}-\frac{h\cdot c}{\lambda'}=\frac{h^2}{2m_0}\cdot(\frac{1}{\lambda^2}+\frac{1}{\lambda'^2}-\frac{2}{\lambda\cdot\lambda'}\cdot\cos\varphi)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'}=\frac{h}{2\mathrm{m}_0 c}\cdot(\frac{1}{\lambda^2}+\frac{1}{\lambda'^2}-\frac{2}{\lambda\cdot\lambda'}\cdot\cos\varphi)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda'-\lambda}{\lambda\cdot\lambda'}=\frac{h}{2\mathrm{m}_0 c}\cdot(\frac{1}{\lambda^2}+\frac{1}{\lambda'^2}-\frac{2}{\lambda\cdot\lambda'}\cdot\cos\varphi)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\lambda=\frac{h}{2\mathrm{m}_0 c}\cdot(\frac{\lambda'}{\lambda}+\frac{\lambda}{\lambda'}-2\cdot\cos\varphi)$$

da $\lambda'\approx\lambda$, gilt:

$$\Delta\lambda=\frac{h}{2\mathrm{m}_0 c}\cdot(\frac{1}{1}+\frac{1}{1}-2\cdot\cos\varphi)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\lambda=\frac{2h}{2m_0\cdot c}\cdot(1-\cos\varphi)$$

$$\Leftrightarrow \Delta\lambda=\frac{h}{m_0\cdot c}\cdot(1-\cos\varphi)$$